令和５年度 学校推薦型選抜 入学試験問題

小 論 文 B

工 学 部

（昼間コース：物質科学工学科）

解 答 例

⑤ 解答用紙（その 1）と解答用紙（その 2）には，それぞれ問題 1 と 2 の解答を記述しなさい。解答用紙（その 3）と解答用紙（その 4）の左上にある □ には，問題 3，5，6 から２つを選んで，問題の番号を記入してから解答を記述しなさい。問題 4 はありません。２つの解答用紙に同じ問題の番号を記入して解答してはいけません。

$\boxed{1}$ 以下は計算方法や論述の一例です。

問 1 y 軸に関して対称移動した 2 次関数 $y=-x^2-2x+1$ のグラフを, さらに対称移動すれば $f(x)$ のグラフが得られる。よって,

$$f(x)=-(-x)^2-2(-x)+1=-x^2+2x+1$$

問 2 条件「$\overline{p}$ または $\overline{q}$」$\Longleftrightarrow$ 条件「$\overline{p \text{ かつ } q}$」に注意して, 条件「$p$ かつ q」を満たす x の範囲は $0<x \leqq 5$ なので, 求める範囲は $x \leqq 0$ または $5<x$

問 3 12 個の球から 3 個の球を同時に取り出す場合の数は ${}_{12}\mathrm{C}_3=220$ である。

求める確率は, 互いに排反な次の 3 つの事象 A, B, C の和事象の確率である。

A : 3 個とも赤球, B : 3 個とも白球, C : 3 個とも黒球

事象 A, B, C が起こる場合の数はそれぞれ ${}_3\mathrm{C}_3=1,\ {}_4\mathrm{C}_3=4,\ {}_5\mathrm{C}_3=10$ である。

よって, 求める確率は加法定理より

$$\begin{aligned}P(A\cup B\cup C)&=P(A)+P(B)+P(C)=\frac{{}_3\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}+\frac{{}_4\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}+\frac{{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}\\&=\frac{{}_3\mathrm{C}_3+{}_4\mathrm{C}_3+{}_5\mathrm{C}_3}{{}_{12}\mathrm{C}_3}=\frac{1+4+10}{220}=\frac{15}{220}=\frac{3}{44}\end{aligned}$$

問 4 $\left(\dfrac{\sqrt[4]{8}}{\sqrt[3]{2}\,\sqrt{2}}\right)^3=\left(\dfrac{2^{\frac{3}{4}}}{2^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}}}\right)^3=\left(2^{\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)}\right)^3=\left(2^{-\frac{1}{12}}\right)^3=2^{-\frac{1}{4}}$ より, $k=-\dfrac{1}{4}$

問 5 与式を $a_{n+1}-3=2(a_n-3)$ と変形して, $b_n=a_n-3$ とおく。

すると, $b_{n+1}=2b_n$ となるので, 数列 $\{b_n\}$ は初項 $b_1=a_1-3=4-3=1$, 公比 2 の等比数列となる。よって, $b_n=2^{n-1}$ となる。以上から,

$$a_n=3+2^{n-1} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

$\boxed{2}$ 以下は計算方法や論述の一例です。

問 1 $\dfrac{1+2i}{3+i} = \dfrac{(1+2i)(3-i)}{(3+i)(3-i)} = \dfrac{5+5i}{10} = \dfrac{1}{2}(1+i)$ より, 偏角は $\theta = \dfrac{\pi}{4}$

問 2

$$\begin{aligned}\sqrt{4n^2+5n}-2n &= \frac{\left(\sqrt{4n^2+5n}-2n\right)\left(\sqrt{4n^2+5n}+2n\right)}{\sqrt{4n^2+5n}+2n} \\ &= \frac{(4n^2+5n)-4n^2}{\sqrt{4n^2+5n}+2n} = \frac{5n}{\sqrt{4n^2+5n}+2n} \\ &= \frac{5}{\sqrt{4+\frac{5}{n}}+2} \to \frac{5}{4} \quad (n \to \infty)\end{aligned}$$

問 3 関数 $f(x) = \log(2x+1)$ を x で微分すると,

$$f'(x) = \frac{(2x+1)'}{2x+1} = \frac{2}{2x+1}$$

となる。さらに, 微分して

$$f''(x) = \left(\frac{2}{2x+1}\right)' = \frac{2' \cdot (2x+1) - 2 \cdot (2x+1)'}{(2x+1)^2} = \frac{-2 \cdot 2}{(2x+1)^2} = \frac{-4}{(2x+1)^2}$$

問 4 (i) 部分積分法を用いて計算する。

$$\begin{aligned}\int_0^1 xe^{2x}\ dx &= \left[\frac{1}{2}e^{2x}x\right]_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2}e^{2x} \cdot 1\ dx = \left[\frac{1}{2}e^{2x}x\right]_0^1 - \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^1 \\ &= \frac{1}{2}\left(e^2-0\right) - \frac{1}{4}\left(e^2-e^0\right) = \frac{1}{2}e^2 - \frac{1}{4}\left(e^2-1\right) = \frac{1}{4}e^2 + \frac{1}{4}\end{aligned}$$

(ii)

$$\begin{aligned}\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\left(3x+\frac{\pi}{2}\right)\ dx &= \int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{2}} \left(-\sin 3x\right)\ dx = (-1)\int_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 3x\ dx \\ &= (-1)\left(-\frac{1}{3}\right)\Big[\cos 3x\Big]_{\frac{\pi}{9}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{3}\left\{\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right\} \\ &= \frac{1}{3}\left(0-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{6}\end{aligned}$$

$\boxed{3}$　導出過程は一通りではありません。論述による解答は例示です。

問１　速度は，等加速度直線運動の公式 $v = v_0 + at$ (a は加速度)を利用して

$v_x = v_0\cos\theta$ ，　$v_y = v_0\sin\theta - gt$

問２　位置は、等加速度直線運動の公式 $x = x_0 + vt + \frac{1}{2}at^2$ を利用して

$x = (v_0\cos\theta)t$ ，　$y = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$

問３　最高到達点では y 軸方向の速度が 0 になるので

$v_0\sin\theta - gT = 0$ から $T = \frac{v_0\sin\theta}{g}$, これを問２の y の式に代入して

$y_{\mathrm{max}} = (v_0\sin\theta)\frac{v_0\sin\theta}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{v_0\sin\theta}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g}$

問４　床は y=0 なので問２の y の式より $0 = (v_0\sin\theta)t - \frac{1}{2}gt^2$ これから落下する時刻は

$t = \frac{2v_0\sin\theta}{g}$　この t を問２の x の式に代入して $L = (v_0\cos\theta)\frac{2v_0\sin\theta}{g} = \frac{2v_0^2\sin\theta\cos\theta}{g}$

問５　得られた L を変形すると $L = \frac{v_0^2\sin2\theta}{g}$ となり，$\sin2\theta$ が最大値 1 をとるのは

$\theta = 45^\circ$（$\theta = \frac{\pi}{4}$ も可）

$\boxed{5}$

問１　〔器具 A〕オ　　　〔器具 B〕カ　　　〔器具 C〕ア　　　〔器具 D〕ウ

問２　〔B〕水で希釈するため／あとから水を加えるため　　など
〔C〕溶質の物質量だけが重要であるため／水で薄まっても溶液中の溶質の物質量は変わらないため　　など

問３　元の酢酸のモル濃度を c [mol/L] とする。滴定には 5 倍に薄めた溶液を 10.0 mL 用いるので，コニカルビーカー中の酢酸の物質量は

$$\frac{c}{5}\times\frac{10.0}{1000}\ [\mathrm{mol}]$$

となる。0.100 mol/L の水酸化ナトリウム水溶液を 8.00 mL 滴下したので，その水酸化ナトリウムの物質量は,

$$0.100\times\frac{8.00}{1000}\ [\mathrm{mol}]$$

となる。両者は等しいので,

$$\frac{c}{5}\times\frac{10.0}{1000}=0.100\times\frac{8.00}{1000}$$

これを解くと，$c=0.400$ となる。元の食酢 1.00 L 中に含まれる酢酸の質量は,

$$0.400\ [\mathrm{mol/L}]\times 1.00\ [\mathrm{L}]\times 60.0\ [\mathrm{g/mol}]=24.0\ \mathrm{g}$$

密度 1.00 g/cm^3 の食酢 1 L の質量は 1000 g なので，酢酸の質量パーセント濃度は、

$$\frac{24.0\ [\mathrm{g}]}{1000\ [\mathrm{g}]}\times 100=2.40\%$$

問４　答え：(ウ)
理由：弱酸である酢酸と強塩基である水酸化ナトリウムの中和点前後の急激な pH 変化は pH 7~10 と塩基性側に偏っており、フェノールフタレインがこの範囲に変色域をもつため。

問５　水酸化ナトリウムが空気中の二酸化炭素と反応する性質のため。

$\boxed{6}$

問 1.
真核細胞では DNA は核の中に存在するのに対して，原核細胞の DNA は核膜に包まれておらず，細胞質基質中に存在する。

問 2
植物細胞はミトコンドリアや葉緑体などの細胞小器官を含み，細胞膜と細胞壁によって仕切られているのに対して，動物細胞はミトコンドリアをもつが葉緑体は含まず，細胞膜のみによって仕切られている。

問 3
・細胞膜によって外界から隔てられた細胞をもつ。
・代謝によって生命活動のためのエネルギーを獲得する。
・DNA をもち，同じ種の特徴をもつ個体をつくる。
・体内の状態を一定に保つ性質をもつ。
・刺激に反応する。
・進化する。
から 2 つ

問 4
生物の種類や個体数は，ある範囲内で変動しながらバランスが保たれており，小規模なかく乱を受けても元の状態に戻る。一方，大規模なかく乱が生じた場合には，以前とは異なる状態に移行することがある。